ESISAR 4ème ANNEE D'ETUDES

Département : AUTOMATIQUE

Damien KOENIG : Exam AC431

Commande optimale 2017

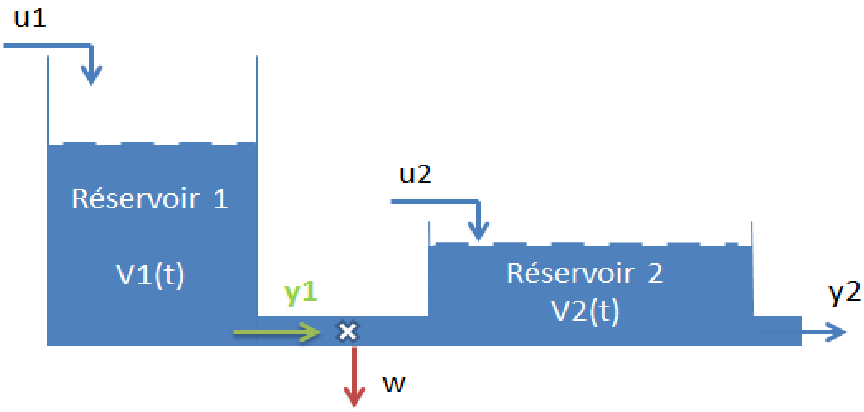
http://koenig-damien.jimdo.com

EXAMEN: AC 431 COMMANDE OPTIMALE

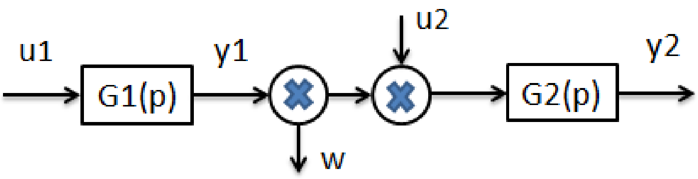
Une feuille A4 Recto/Verso avec contenu manuscrit libre et une calculatrice. Durée de l'épreuve : 1h30

1 PROBLEME DE REGULATION DEBIT

On considère le système suivant :



Lequel est représenté sous sa forme simplifiée par le schéma bloc :



Une représentation d'état complète du système est donnée sous sa forme littérale suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ y = y_2 = Cx \end{cases} \quad \text{où } u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \text{ et } x = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Hypothèses :

- le débit de fuite w est considéré constant,
- le débit de référence y_{ref} est constant,
- la sortie y est égale au débit de sortie y_2
- et l'état x est accessible à la mesure, en conséquence, il est inutile d'implémenter un observateur de l'état x.

Objectif : Déterminer la synthèse de commande H_2 telle la commande u assure un débit de sortie y proche du débit de référence souhaité y_{ref} quel que soit le débit de fuite w contant.

Sachant que l'on souhaite rejeter la perturbation constante w et assurer le suivi de consigne $\lim_{t\to\infty} y(t) = y_{ref} = cte$, on propose l'ajout d'un intégrateur dans la boucle de commande. Cela revient à augmenter l'état, d'un état intégrateur que l'on notera :

$$\tilde{y}(t) = \int_0^t \left(y(v) - y_{ref}\right)dv = \dot{\tilde{y}} = y - y_{ref}$$

et à minimiser le critère suivant à horizon infini :

$$\min_u J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left(y^2 + \tilde{y}^2 + Ru^2\right)dt$$

où R une matrice de pondération fixée par l'ingénieur en fonction de la dynamique de convergence souhaitée.

1.1 Donner sous forme littérale le système augmenté solution du problème :

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + E_a w + D_a y_{ref}$$
$$y = C_a x_a$$

où $x_a = \begin{bmatrix} x \\ \tilde{y} \end{bmatrix}$.

Précisez les matrices Aa, Ba, Ea, Da, Ca solution du problème où xa est l'état du système augmenté fonction de l'état x et de l'état intégrateur $\tilde{y}(t) = \int_{v=0}^{v=t} \left(y(v) - y_{ref}\right)dv$

1.2 Précisez les matrices de pondération Qa et Ra en fonction de l'état x_a et u :

$$\min_u J = \frac{1}{2}\int_0^\infty x_a^T Q_a x_a + u^T R_a u dt$$

1.3 Donnez l'équation littérale algébrique de Riccati solution du problème et la forme littérale du gain Ka telle que u = -K_a*x_a

1.4 Donnez le schéma bloc complet de votre commande en fonction de l'état intégrateur, de y, de y_{ref}, de w et du retour d'état u = -K_a*x_a

1.5 A partir de la question 1.1 sachant que u = -K_a*x_a déduire la fonction de sensibilité entre y et w

1.6 Déduire la fonction de sensibilité complémentaire entre y et y_{ref}

Il n'y a aucun calcul numérique dans cet exercice.

ESISAR 4ème ANNEE D'ETUDES **Département : AUTOMATIQUE** **Damien KOENIG : Exam AC431** **Commande optimale, 2017** **http://koenig-damien.jimdo.com**	

2 RESOUDRE L'EXERCICE

$\min\limits_{u} \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty}\left(x^2+u^2\right)dt$ sous la contrainte $\dot{x}=u$ et y = x.

2.1 Donner le gain optimal solution du problème

2.2 Faire un schéma bloc de la commande synthétisée

2.3 Donner le transfert de boucle

2.4 Donner la fonction de sensibilité, tracé son module et en déduite la marge de module

3 QUESTION DE COURS : SYNTHESE D'UN OBSERVATEUR AU SENS DU PRINCIPE D'OPTIMALITE DE BELLMAN

On considère le système

$$\dot{x} = Ax + Bu + w$$
$$y = Cx + v$$

où w et v sont des bruits blancs centrés, de matrice de covariance connue, respectivement Q et R.

On propose de minimiser le critère suivant

$$\min_{z} J = \frac{1}{2}\left(x_{t_0}-\hat{x}_{t_0}\right)^T S^{-1}\left(x_{t_0}-\hat{x}_{t_0}\right)+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}\left\{z^T(\tau)Q^{-1}z(\tau)+\left(y(\tau)-\hat{y}(\tau)\right)^T R^{-1}\left(y(\tau)-\hat{y}(\tau)\right)\right\}d\tau$$

où $z=\dot{\hat{x}}-A\hat{x}+Bu$, $\hat{y}=C\hat{x}$ et x_{t_0} l'état initial.

Commenter ce critère, quel est son intérêt, pourquoi S^{-1}, Q^{-1}, R^{-1}, pourquoi minimiser z, pourquoi pondérer l'écart $y(\tau)-\hat{y}(\tau)$, si R grand alors ….pourquoi intégrer de t_0 à t …

Merci pour votre écoute et votre sérieux ce fût un plaisir d'échanger avec vous tous. L'obstination est le chemin de la réussite, bon succès. Damien